INTRODUCCIÓN AL ESPACIO DIMENSIÓN-VALOR

Fernando Galindo Soria
Escuela Superior de Computo (ESCOM)
Instituto Politécnico Nacional
Av. Miguel Othón de Mendizábal y Av. Juan de Dios Bátiz s/n
Zacatenco, Cd. de México
07738 MÉXICO
fgalindo@ipn.mx

1. Versión: Cd. de México a 20 de Abril de 1995
Actualizaciones: *8 de Junio de 1998, 22 de Noviembre de 1998*

Resumen 1. Versión: Cd. de México a 8 de Junio de 1998

RESUMEN

En este trabajo se presenta el concepto de *espacio <dimensión, valor> o <d, v> y se muestra como representar puntos y curvas multidimensionales en ese espacio*. Donde por ejemplo *un punto de n dimensiones se representa como n puntos en <d, v>* y *un punto en un continuo dimensional* (o sea un espacio donde la cantidad de dimensiones es transfinita) *se representa como un numero transfinito de puntos.* En este espacio los puntos se representan en dos dimensiones, en la primera se colocan los números de las dimensiones y en la segunda los valores que toma el punto en esas dimensiones.

También se analiza la *transformación inversa que permite pasar de una curva en dos dimensiones a un punto en un espacio multidimensional,* o sea que una recta formada por n puntos se puede ver como un punto en n dimensiones y una línea continua se puede visualizar como un punto en un continuo dimensional. De donde por ejemplo la curva que representa una señal (de sonido, luz, presión, temperatura, electrocardiograma, etc.), se puede ver como un punto en un continuo dimensional y cuando se digitaliza lo que se obtiene es una representación como un punto en n dimensiones.

Y finalmente se ve que *es indiferente ver algo como una curva continua en dos dimensiones o como un punto en un continuo dimensional, con lo que, entre* otras cosas *se puede postular que esta es una forma para ver indistintamente a la luz como un continuo de puntos (onda luminosa) o como un punto en un continuo dimensional (cuanto de luz).*

PALABRAS CLAVES

Espacio <Dimensión-Valor>, Representación de Señales, Reconocimiento de Formas, Espacios Multidimensionales, Continuo Dimensional, Representación Cuántico/Ondulatoria.

INTRODUCCIÓN AL ESPACIO DIMENSIÓN-VALOR

Fernando Galindo Soria
Escuela Superior de Computo (ESCOM)
Instituto Politécnico Nacional
Av. Miguel Othón de Mendizábal y Av. Juan de Dios Bátiz s/n
Zacatenco, Cd. de México
07738 MÉXICO
fgalindo@ipn.mx

1. Versión: Cd. de México a 20 de Abril de 1995
Actualizaciones: 8 de Junio de 1998, 22 de Noviembre de 1998

INTRODUCCIÓN

La representación gráfica de un punto en múltiples dimensiones es un problema cotidiano y al cual normalmente le damos la vuelta, ya sea porque solo manejamos ejemplos en 1, 2 o 3 dimensiones y pedimos que cada quien extrapole a n dimensiones o porque simplemente nos despreocupamos de la representación visual y nos conformamos con la representación numérica del punto en n dimensiones como una tupla de n datos (a1,a2,...,an).

Se tiene un ejemplo clásico de este enfoque cuando un objeto es caracterizado por un conjunto de n variables independientes y se acepta que el objeto se esta representando como un punto en un espacio de n dimensiones, por ejemplo cuando a un conjunto de personas se les caracteriza por su edad, peso y color de ojos se podría decir que cada persona corresponde a un punto en un espacio de tres dimensiones y su representación visual es directa. Si las mismas personas se representan por su edad, peso, sexo, color de ojos y color de piel, asumimos que cada persona corresponde a un punto en un espacio de cinco dimensiones pero no nos preocupamos de gráficarlo.

Sin embargo sabemos que muchas veces una representación gráfica puede darnos información que en los datos puros no se detecta fácilmente, por ejemplo al gráficar objetos en un espacio de tres dimensiones podemos ver cuando esto objetos forman cúmulos y en su momento esto nos puede indicar posibles semejanzas. Por lo que en este trabajo se presenta una forma de visualizar objetos independientemente del numero de dimensiones que lo caracterizan.

Para lo cual *se introduce el concepto de espacio <dimensión, valor> o <d, v>,* donde por ejemplo, *objetos que normalmente se representan como puntos y curvas en un espacio multidimensional se visualizan en el espacio <dimensión, valor> como un conjunto de puntos en dos dimensiones,* en la primera se colocan los números de las dimensiones originales y en la segunda los valores que toma el objeto en esas dimensiones.

Por ejemplo un objeto que se ve normalmente como *un punto en un espacio de tres dimensiones se representa como tres puntos en el espacio <dimensión, valor>, un punto en 4 dimensiones como 4 puntos en <d, v>, un punto caracterizado por 5 dimensiones se ve* *como 5 puntos en ese espacio y en fin un punto en n dimensiones como n puntos en <dimensión, valor>.*

Aun mas, *un punto en* un espacio donde la cantidad de dimensiones es transfinita (o sea un punto en *un continuo dimensional*) *se representa como un numero transfinito de puntos en el espacio <dimensión, valor>.*

Por otro lado, tomándolo al revés se ve que, la *transformación inversa para pasar de una curva (continua o discreta) en dos dimensiones a un punto en un espacio multidimensional es directa,* o sea que, una curva formada por n puntos se puede ver como un punto en n dimensiones y una curva continua se puede visualizar como un punto en un continuo dimensional. Por lo que se ve que *es indiferente ver algo como una curva en dos dimensiones o como un punto en un espacio multidimensional y aun mas es indiferente ver algo como una curva continua en dos dimensiones o como un punto en un continuo dimensional.*

De donde por ejemplo, la curva que representa una señal (de sonido, luz, presión, temperatura, electrocardiograma, etc.), se puede ver como un punto en un continuo dimensional y cuando se digitaliza lo que se obtiene es una representación como un punto en n dimensiones. C*on lo que, entre* otras cosas *se puede postular que esta es una forma para ver indistintamente por ejemplo a la luz como un continuo de puntos (onda luminosa) o como un punto en un continuo dimensional (cuanto de luz).*

1.- Del Continuo Dimensional al Espacio <dimensión, valor>.

1.1 La Gráfica de un Punto en un Numero Discreto de Dimensiones.

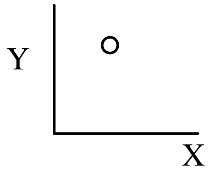
En el espacio <dimensión, valor> los puntos se representan en un espacio de dos dimensiones, en la primera se colocan los números de las dimensiones y en la segunda los valores que toma el punto en esas dimensiones.

Valor del punto
en la dimensión

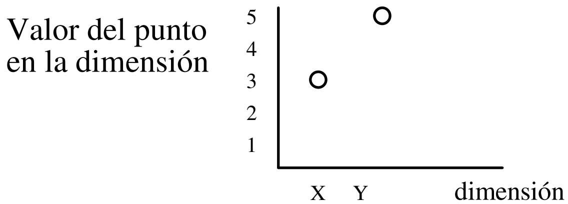
dimensión

Por ejemplo, el punto caracterizado por dos dimensiones
X Y
3 5

cuya representación en un espacio de coordenadas <X, Y> es



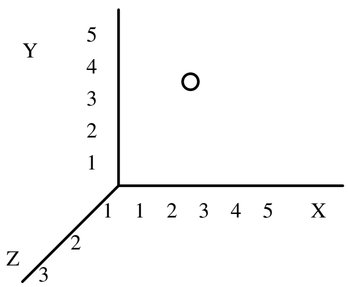
en el espacio <d, v> queda como



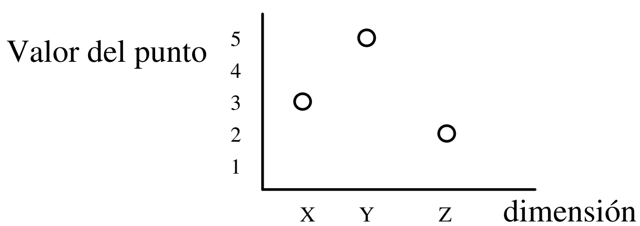
En el caso de tres dimensiones la representación de un punto como

X	Y	Z
3	5	2

En el sistema coordenado <X, Y, Z> es

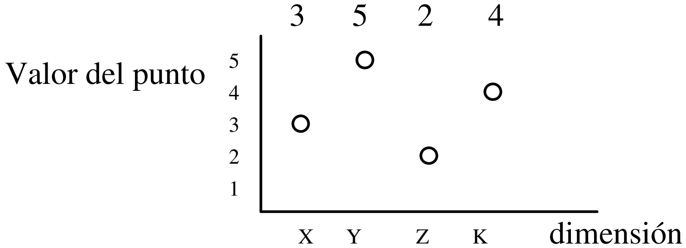


Y en el sistema <d, v> queda



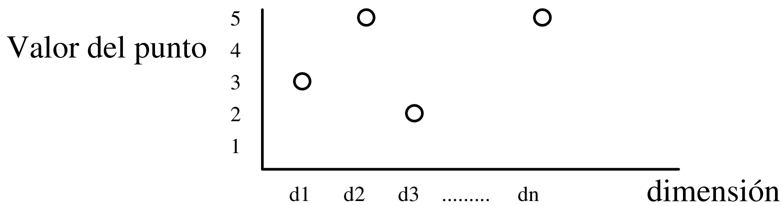
Un punto en cuatro dimensiones se representa en <d, v> como

X	Y	Z	K
3	5	2	4



Representar un punto con n dimensiones en el espacio <d, v> es directo

d1	d2	d3	.....	dn
3	5	2	.....	5

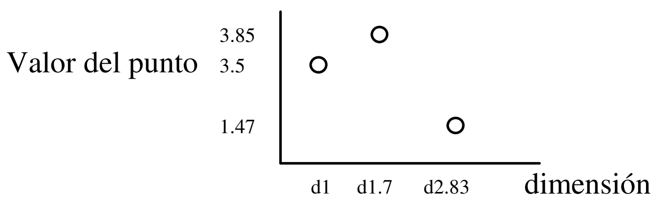


1.2 La Gráfica de un Punto en un Numero Continuo de Dimensiones.

Como se ve, se esta realizando la transformación del espacio n-dimensional al espacio <d,v>. Sin embargo hasta este punto solo se han mostrado ejemplos de espacios con dimensión entera, ahora bien desde el surguimiento de la teoría de fractales se acepta la existencia de espacios con dimensión fraccionaria real y no necesariamente entera, o sea espacios que tienen dimensiones como 1.37 o 2.45, sin embargo esto no tiene problema ya que nuevamente la representación en <d, v> es directa, por ejemplo si se tiene un punto en el espacio con dimensiones fractales <d1, d1.7, d2.83>.

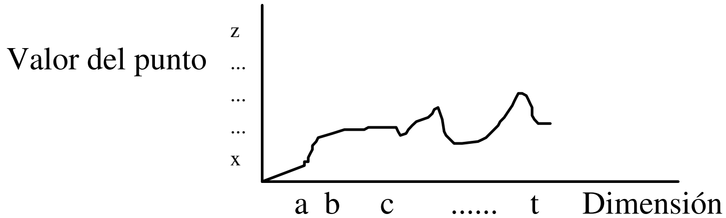
Dimensión	Valor
d1	3.5
d1.7	3.85
d2.83	1.47

su representación en el espacio <dimensión, valor> es directa



Ahora bien cuando se habla de espacios con dimensión fraccionaria real tenemos que tomar en cuenta que la cantidad de números naturales (o sea números que toman valores de 1 a n) que existen se considera infinita y dado que se ha demostrado que existen mas números reales que naturales, se dice que la cantidad de números reales es transfinita, por lo que si consideramos que se pueden tener tantas posibles dimensiones como números reales entonces se puede tener un numero transfinito de dimensiones (a un espacio formado por un numero transfinito de dimensiones también lo llamaremos *continuo dimensional*).

Un punto en n dimensiones se ve como n puntos en <d, v> y un punto en un continuo dimensional se representa en el espacio <dimensión, valor> como un conjunto transfinito de puntos, segmentos de recta o como una curva formada por múltiples segmentos de curva y en el mejor de los casos como una curva continua.



O sea que en el extremo una curva en 2 dimensiones (como por ejemplo la gráfica del sonido o una serie de tiempo) se puede considerar como la representación de un objeto en n dimensiones y si la curva es continua se puede ver como la representación de un punto en un continuo dimensional.

1.3 La Gráfica de un Recta en un Numero Continuo de Dimensiones.

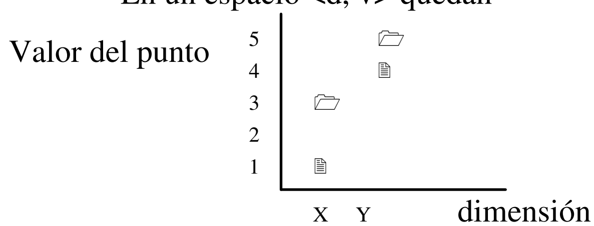
Hasta este momento se ha estado mostrando la transformación de un punto al espacio <d,v> pero no se ha visto como se pueden representar otro tipo de objetos, por lo que a continuación presentaremos como ejemplo como queda la representación de múltiples puntos y de rectas.

En primer lugar la representación de 2 puntos es directa.

Por ejemplos si se tienen los puntos

X	Y
3	5
1	4

En un espacio <d, v> quedan

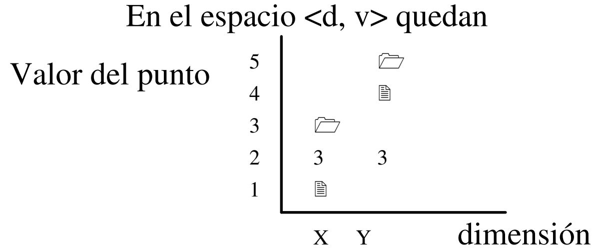


Si se tienen 3 puntos el proceso es el mismo

por ejemplo si se tienen

X	Y
3	5
1	4
2	2

En el espacio <d, v> quedan

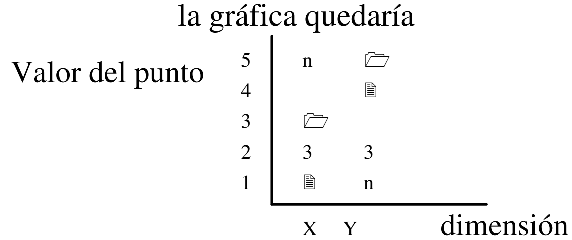


En general si se tienen n puntos

como por ejemplo

X	Y
3	5
1	4
2	2
..	..
5	1

la gráfica quedaría

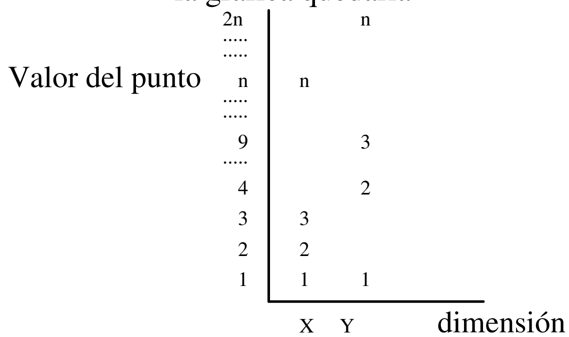


Ahora bien si los n puntos representan una recta discretizada

como por ejemplo

X	Y
1	1
2	4
3	9
..	..
n	2n

la gráfica quedaría

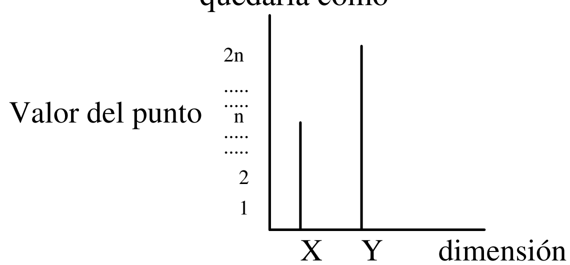


Como se puede ver los puntos quedan ordenados en dos lineas rectas por lo que generalizando podemos plantear que una recta continua en 2 dimensiones queda representada como dos rectas en el espacio dimensión valor.

como por ejemplo la ecuación

$$Y = 2X$$

quedaría como



y en general una recta continua en n dimensiones queda representada como n rectas en el espacio <d, v>.

Como se puede ver se tiene la puerta a un universo de trabajo con múltiples posibilidades y que tiene la característica de que en donde se mire se encuentran resultados y preguntas, ya que se puede seguir con la representación de cualquier curva o de objetos bidimensionales en espacios multidimensionales y llegar a la representación de objetos multidimensionales en espacios multidimensionales y de objetos fractales en espacios fractales o continuo dimensionales.

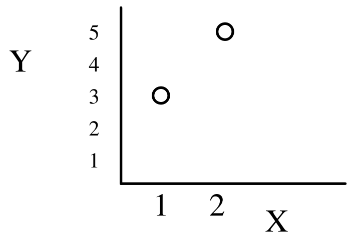
2.- EQUIVALENCIAS ENTRE ONDAS Y PUNTOS

Planteándolo al revés, se ve que, la *transformación inversa para pasar de una curva (continua o discreta) en dos dimensiones a un punto en un espacio multidimensional es directa,* o sea que una recta formada por n puntos se puede ver como un punto en n dimensiones y una curva continua se puede representar como un punto en un continuo dimensional.

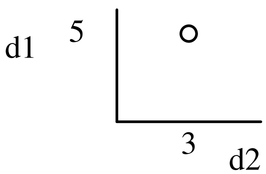
De donde por ejemplo la curva que representa una señal (de sonido, luz, presión, temperatura, imagen, electrocardiograma, etc.), se puede ver como un punto en un continuo de dimensiones y cuando se digitaliza lo que se obtiene es una representación como un punto en n dimensiones

Si la curva esta formada por dos puntos se representa como un punto en dos dimensiones. Por ejemplos si se tiene la curva formada por dos puntos.

X	Y
1	3
2	5

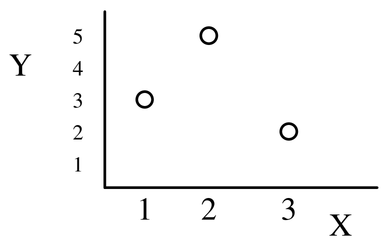


Su representación en un espacio de dos dimensiones <d1, d2> es directa

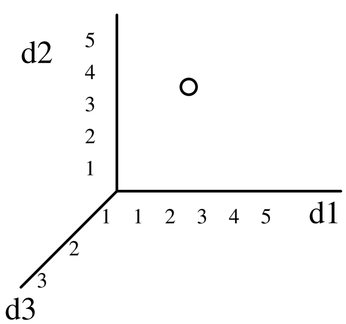


Si se tiene una curva formada por tres puntos entonces se puede ver como un punto en un espacio de tres dimensiones. Por ejemplos la curva formada por los siguientes tres puntos

X	Y
1	3
2	5
3	2

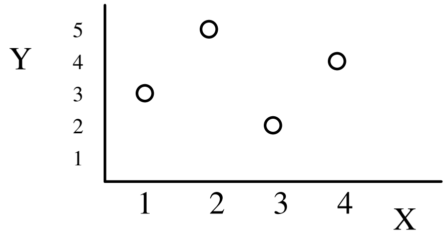


Se representa directamente en el sistema coordenado <d1, d2, d3>



Si la curva esta formada por cuatro puntos, como por ejemplo:

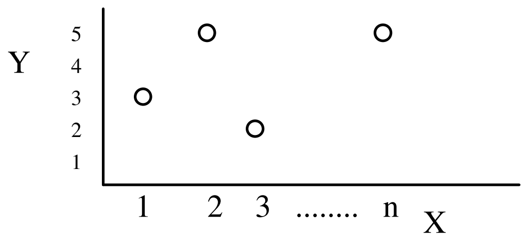
X	Y
1	3
2	5
3	2
4	4



se puede representar como un punto en un espacio de cuatro dimensiones (3, 5, 2,4).

En fin *si la curva esta compuesta por n puntos*

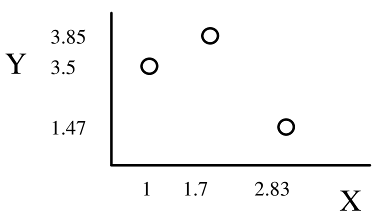
X	Y
1	3
2	5
3	2
.....	
n	5



entonces corresponde a un punto en un espacio de n dimensiones (3, 5, 2, ... ,5)

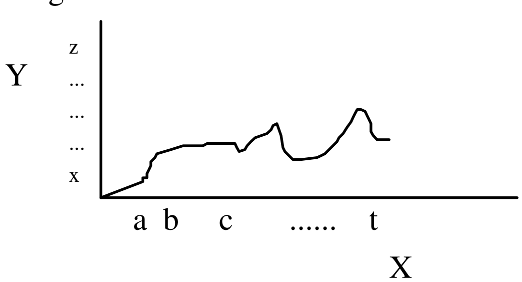
En los párrafos anteriores se mostraron por facilidad ejemplos basados en curvas en las cuales los puntos tomaban valores consecutivos de 1 a n en el eje de las X´s, sin embargo esta idea se aplica también para curvas en general, por ejemplo si se tiene la curva

X	Y
1	3.5
1.7	3.85
2.83	1.47



Se puede representar como un punto en un espacio fractal, ya que una de las propiedades de los espacios fractales es que sus dimensiones pueden se fraccionarias, o sea que los valores del eje X corresponden a las dimensiones fraccionarias 1, 1.7 y 2.83 y la curva corresponde a un punto en el espacio <d1, d1.7, d2.83>.

En general *una curva continua como*



corresponde a un punto en un espacio formado por un numero transfinito de dimensiones o continuo dimensional ya que una curva continua esta formada por un numero transfinito de puntos y por tal motivo corresponde a un punto en un espacio formado por un numero transfinito de dimensiones.

CONCLUSIÓN

Como se puede ver, se esta planteando que una curva en 2 dimensiones y un punto en un espacio multidimensional son equivalentes, es decir asociado a cada curva existe un punto en un espacio multidimensional y cada punto en un espacio multidimensional se puede representar como una curva.

O sea que, *es indistinto ver un punto en n dimensiones o una curva formada por n puntos* y mas general aun, *es indiferente ver algo como una curva continua en dos dimensiones o como un punto en un continuo dimensional* (una posible generalización de esta idea consiste en visualizar curvas u objetos en espacios multidimensionales como puntos en espacios multidimensionales).

Tal vez una de las aplicaciones mas interesantes de esta idea se presente en el área de la Física y en particular en su relación entre la Mecánica Cuántica y la Ondulatoria, ya que precisamente uno de los problemas de la investigación actual se presenta en el hecho de que existen fenómenos cuyo comportamiento es al mismo tiempo ondulatorios y cuánticos o sea que se comportan como ondas y como partículas o cuantos.

Y precisamente lo que se esta presentando en este trabajo nos permite por ejemplo, *postular que tenemos una forma para ver indistintamente este tipo de fenómenos (como la luz) como un continuo de puntos (onda luminosa) o como un punto en un continuo dimensional (donde, lo que percibimos como cuanto de luz vendría siendo una proyección del continuo dimensional a nuestro espacio de percepción).*